ESERCIZI PER IL CORSO DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA I

ING. ELETTRONICA N.O.

DOCENTE: DOTT. ING. LUCA DE CICCO

Exercise 1.

Si determini la trasformata di Laplace dei segnali:

$$x_1(t) = \cos(\omega t + \varphi) \cdot 1(t)$$

$$x_2(t) = \sin(\omega t + \varphi) \cdot 1(t)$$

con $\omega \in \mathbb{R}_+$ e $\varphi \in \mathbb{R}$ con $-\pi \leq \varphi < \pi$.

Exercise 2.

Si determini la trasformata di Laplace del segnale causale:

$$x(t) = t^n e^{-at} \sin(\omega t + \varphi) \cdot 1(t)$$

con $n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}_+$, $\omega \in \mathbb{R}_+$ e $\varphi \in \mathbb{R}$ con $-\pi \leq \varphi < \pi$.

Exercise 3.

(1) Considerato il segnale $x(t)$ in Figura 1 se ne determini la trasformata di Laplace $X(s)$.
(2) Si consideri ora il segnale $x'(t)$ (derivata generalizzata) e se ne determini la trasformata di Laplace.

Date: 12 Novembre 2008.

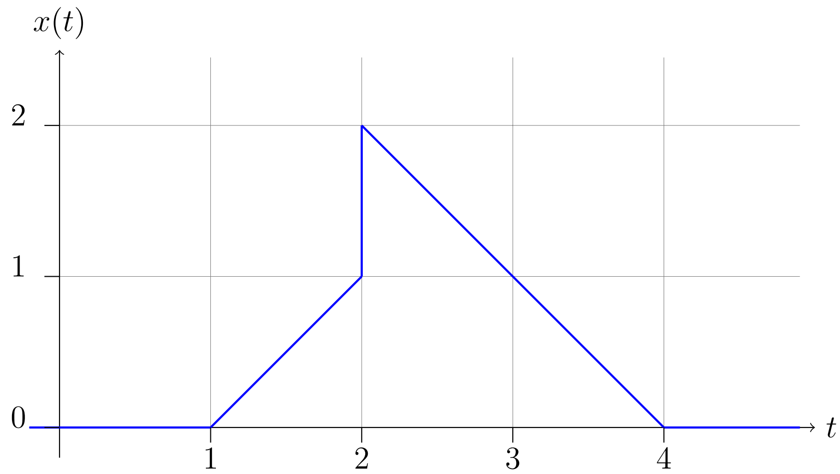

FIGURA 1. Segnale $x(t)$

Exercise 4.

Sia:

$$G(s) = \frac{s+1}{s(s+2)}$$

la funzione di trasferimento di un sistema LTI.

(1) Si determini la risposta forzata del sistema all'ingresso:

$$u(t) = e^{-at}$$

con $a \in \mathbb{R}_+$ (con $a = 0$ incluso).

(2) Si specifichi in particolare cosa accade per $a = 1$, $a = 0$ e $a = 2$.

Exercise 5.

Considerata la seguente f.d.t.:

$$G(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s^2+4s+4)}$$

si determini:

(1) La risposta forzata all'ingresso $u(t) = 1(t)$
(2) La risposta all'impulso $u(t) = \delta(t)$
(3) Il valor finale della risposta del sistema al segnale $1(t) + 1(t-1)$.

Exercise 6.

Si consideri il sistema rappresentato in Figura 2, dove R_{cd} rappresenta la resistenza termica della giunzione tra la CPU (colorata in bianco) e il dissipatore (colorato in grigio), R_{de} quella tra il dissipatore e l'ambiente esterno, C_c la capacita' termica della CPU, C_d quella del dissipatore e si considera infinita la capacita' termica dell'ambiente esterno.

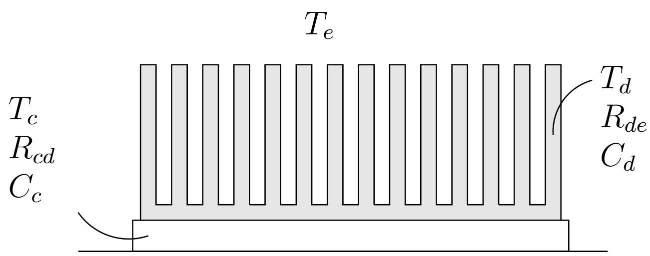

FIGURA 2. Sistema termico in esame

- Si determini il modello matematico del sistema avente per uscita la temperatura della CPU, T_c e per ingressi la temperatura esterna T_e e il flusso di calore q_J e una sua rappresentazione mediante uno schema a blocchi.
- **Facoltativo**: Si immagini adesso di applicare una ventola al dissipatore e si consideri che l'effetto della ventola sia quello di aumentare il coefficiente di convezione del dissipatore o equivalentemente di abbassarne la resistenza termica in funzione della velocita' angolare $\omega(t)$ della ventola. In particolare, si consideri che per effetto della ventola la resistenza del dissipatore valga in prima approssimazione:
$$R_{de}(\omega(t)) = \frac{1}{K_0 + K_1\omega(t)}$$
con $K_1, K_2 > 0$. Si determini l'ordine del sistema e in particolare si risponda ai seguenti quesiti:
  - Il sistema e' lineare?
  - Il sistema e' tempo invariante?

Exercise 7.
Si consideri la rete elettrica rappresentata in Figura 3.

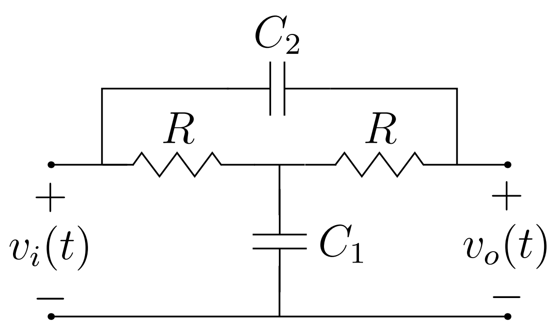

FIGURA 3. Rete elettrica a T

(1) si determini la funzione di trasferimento $G(s) = V_o(s)/V_i(s)$;
(2) si dica al variare dei parametri positivi R, C_1 e C_2 se gli zeri possono essere complessi e coniugati;
(3) si dica al variare dei parametri positivi R, C_1e C_2 se i poli del sistema possono essere complessi e coniugati.

Exercise 8.

Si determini la risposta al gradino unitario $u(t) = 1(t)$ del sistema retto dalla seguente f.d.t.:

$$G(s) = \frac{s+1}{(s^2+4s+5)^2}$$

Si determini inoltre il valore di regime, se esiste, della risposta al gradino $u(t) = 5 \cdot 1(t)$.

Exercise 9.

Si consideri un sistema lineare e tempo invariante retto dal seguente modello matematico:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 2y = u(t)$$

Si determini:

(1) L'uscita del sistema all'ingresso rappresentato in Figura 4 a partire dalle condizioni iniziali $y(0_-) = 1$ e $y'(0_-) = 0$.
(2) Determinare il valore di regime della risposta all'ingresso $u(t) = 1(t)$ a partire dalle condizioni iniziali $y(0_-) = 10$, $y'(0_-) = -2$.

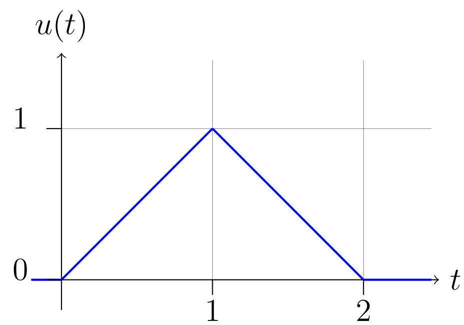

FIGURA 4. Segnale $u(t)$

Exercise 10.

Si determini il guadagno da $U(s)$ a $Y(s)$ del sistema rappresentato in Figura 5.

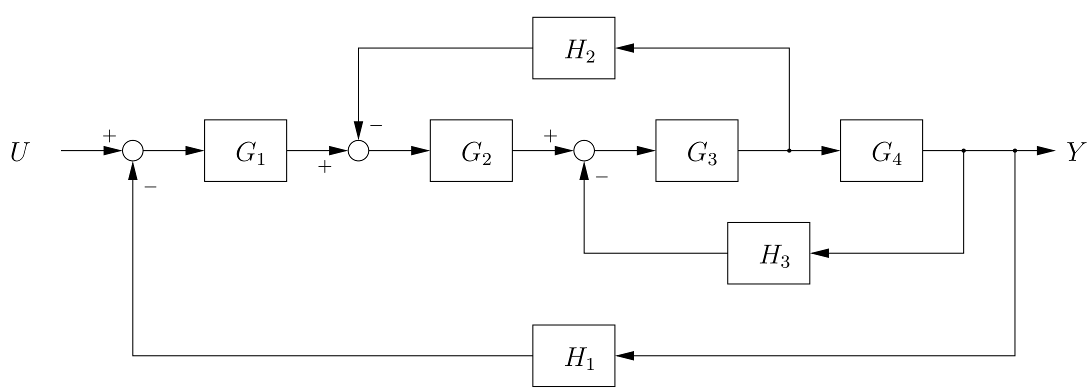

FIGURA 5. Schema a blocchi del sistema

Exercise 11.

Con riferimento allo schema a blocchi rappresentato in Figura 6:

(1) si determini il guadagno da $U(s)$ a $Y(s)$, ovvero $G_{\circ 1}(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$
(2) si determini il guadagno da $U(s)$ a $X(s)$, ovvero $G_{\circ 2}(s) = \frac{X(s)}{U(s)}$
(3) si determini in particolare la f.d.t. da $U(s)$ a $Y(s)$ quando:

$$G_1(s) = \frac{1}{1+\tau s}\,;\; G_2(s) = \frac{1}{1+2\tau s}\,;\; H_1(s) = 2\,;\; H_2(s) = 1$$

e si specifichi l'ordine del sistema e le sue caratteristiche.

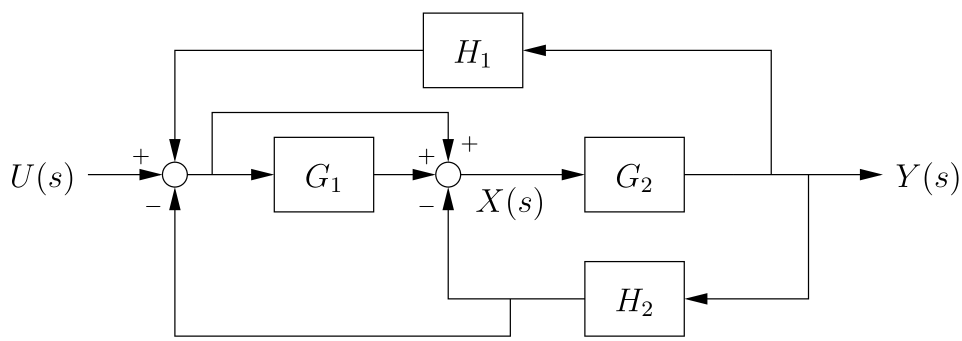

FIGURA 6. Schema a blocchi del sistema

Exercise 12.

Si consideri un sistema del primo ordine retto dalla seguente f.d.t.:

$$G(s) = \frac{3}{s+2}$$

Considerando la risposta al gradino del sistema:

(1) si determini il tempo di assestamento al 2%
(2) il tempo di ritardo t_d definito come l'istante per il quale l'uscita raggiunge il 50% del valore finale
(3) si disegni la risposta al gradino unitario del sistema fornendo il maggior numero possibili di informazioni sul grafico.
(4) Si determini la risposta $y(t)$ alla rampa unitaria $r(t) = t \cdot 1(t)$. Definendo $e(t) = y(t) - \frac{3}{2}r(t)$ si determini, se esiste il valore di regime di $e(t)$.

Exercise 13.

Un sistema lineare tempo invariante forzato con un ingresso a rampa unitaria $u(t) = t \cdot 1(t)$ a partire da condizione iniziali tutte nulle, produce il seguente segnale di uscita:

$$y(t) = (\frac{3}{2}t + 2e^{-t} - \frac{1}{4}e^{-2t} - \frac{7}{4}) \cdot 1(t)$$

(1) Determinare la funzione di trasferimento del sistema, specifichi l'ordine del sistema e di che tipo di sistema si tratta.

(2) Determinare la risposta al gradino e se ha senso se ne determini il valore di regime della risposta.

Exercise 14.

Si consideri il sistema:

$$G(s) = \frac{1 + 2\alpha s}{1 + 2s}$$

Si determini il valore di α tale che il tempo di assestamento al 2% del sistema sia pari a:

(1) $t_{s,2\%} = 8\,\mathrm{sec}$
(2) $t_{s,2\%} = 4\,\mathrm{sec}$
(3) $t_{s,2\%} = 10\,\mathrm{sec}$

Si disegni la risposta al gradino nel caso in cui $\alpha = 0.5$ e $\alpha = 2$, fornendo il maggior numero possibili di informazioni sul grafico.

Exercise 15.

Si consideri il seguente sistema del secondo ordine:

$$G(s) = \frac{12}{s^2 + 4}$$

Si determini l'uscita del sistema all'ingresso $u(t) = 2 \cdot 1(t)$ e se possibile si valuti il valore di regime della risposta.

Exercise 16.

Si consideri il sistema del secondo ordine:

$$G(s) = \frac{408}{s^2 + 8s + 204}$$

(1) Si disegni con il maggior dettaglio possibile l'uscita all'ingresso $u(t) = 2 \cdot 1(t)$
(2) Si determinino la massima sovraelongazione percentuale e il tempo di assestamento al 2%

Exercise 17.

Considerato il sistema del secondo ordine:

$$G(s) = \frac{6}{s^2 + 0.4s + \omega_n^2}$$

si determini:

(1) Il valore di ω_n tale che il tempo di picco sia pari a $1\,\mathrm{sec}$
(2) Con il valore di ω_n determinato al punto 1, si determini la massima sovraelongazione percentuale.
(3) Si determini ora il valore di ω_n tale che la massima sovraelongazione percentuale sia pari ad un quarto rispetto a quella ottenuta al punto 2.
(4) Si disegni la risposta del sistema ottenuto al punto 3 specificando il maggior numero possibile di informazioni sul grafico

Exercise 18.

Si consideri il sistema:

$$G_o(s) = \frac{100k_2^2}{(s+50)(s^2+k_1 s+k_2^2)}$$

si vogliono determinare i valori delle costanti k_1 e k_2 tali che:

(1) Si determinino i vincoli sulle costanti positive k_1 e k_2 tali che il sistema sia approssimabile a un sistema del secondo ordine sottosmorzato
(2) Si determinino i vincoli sulle costanti k_1e k_2 tali che il sistema sia approssimabile ad un sistema del secondo ordine sottosmorzato con massima sovraelongazione percentuale pari al 10%.
(3) Si determini la coppia (k_1, k_2) tale che il sistema in esame e' approssimabile ad un sistema del secondo ordine sottosmorzato con massima sovraelongazione percentuale pari al 10% e con un tempo di assestamento al 2% pari a 0.5 sec.

Exercise 19.

Un sistema del secondo ordine elementare e' stato sottoposto ad un ingresso a gradino e sono stati stimati i seguenti parametri del sistema andando a leggere dall'oscilloscopio il valore dell'uscita $y(t)$.

$$\overline{M}_{P\%} = 50\%$$
$$\bar{t}_{s,2\%} = 1 \text{ sec}$$

in entrambi i casi le misure sono affette da un errore stimato in 5% rispetto al valore nominale della stima.

Si determini la regione del piano complesso nella quale possono essere situati i poli del sistema.