Esercizi per il corso di Fondamenti di Automatica (Mod. I)
PARTE II

Ingegneria Informatica e Dell'Automazione (A-L)

Ingegneria dei Sistemi Medicali

Docente: Dott. Ing. Luca De Cicco

17 dicembre 2019

Esercizio 1. (Stabilita') ★

Si consideri un sistema LTI retto dalla seguente f.d.t.:

$$G(s) = \frac{s+a}{s(s+b)}$$

1. Si discuta la stabilità del sistema al variare dei due parametri reali a e b.
2. Si dica per quali valori di a e b il sistema risulta stabile BIBO.

Esercizio 2. (Stabilita') ★

Si consideri un sistema LTI la cui funzione di risposta all'impulso $g(t)$ è pari a:

$$g(t) = (e^{-t} + 1) \cdot 1(t)$$

Si caratterizzi la stabilità del sistema, e la stabilità BIBO giustificando sinteticamente la risposta.

Esercizio 3. (Stabilita') ★★

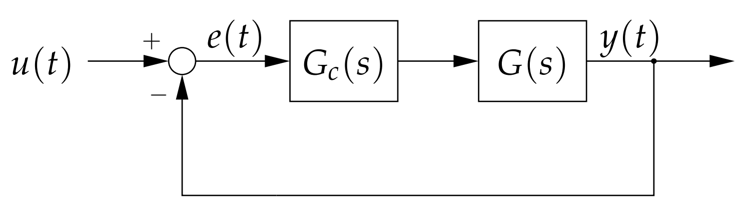


Figura 1:

Si consideri il sistema in Figura 1 dove:

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s-1)}$$

Osservato che il sistema in anello aperto è instabile, si dica se è possibile stabilizzare il sistema con il controllore $G_c(s) = K$.

Esercizio 4. (Stabilità) ★★

Si consideri un sistema LTI descritto dalla seguente equazione differenziale lineare:

$$\frac{d^4y}{dt^4} + 3\frac{d^3y}{dt^3} + 3\frac{d^2y}{dt^2} + a_1\frac{dy}{dt} + y = \frac{du}{dt} + u$$

Il parametro a_1 ha un valore nominale $\bar{a}_1 = 2$, ma è soggetto a variazioni attorno a tale valore. Dunque si può dire che $a_1 = \bar{a}_1 + \varepsilon$, dove ε è la variazione parametrica.

Osservato che il sistema nominale ($a_1 = \bar{a}_1$) è asintoticamente stabile, si determini il range ammissibile della variazione parametrica ε affinché la stabilità del sistema si conservi.

Esercizio 5. (Stabilita') ★★★

Si consideri il sistema in Figura 1 dove:

$$G(s) = \frac{s^2 - 0.1s + 1}{s^4 + s^3 - 4s^2 + 6s}\,;\; G_c(s) = K$$

1. Caratterizzare la stabilità del sistema in anello aperto
2. Si chiuda il sistema in retroazione unitaria e si discuta la stabilità del sistema in anello chiuso al variare di $K \in \mathbb{R}$

Esercizio 6. (Stabilita') ★★★

Si consideri il sistema:

$$G(s) = \frac{4}{s^5 + 4s^3 + 5s^2 + 2s + 2}$$

1. Si caratterizzi la stabilità del sistema ed in caso di instabilità si indichino il numero di poli a parte reale positiva.
2. Si dica se è possibile stabilizzare il sistema impiegando lo schema in retroazione unitaria in Figura 1 dove $G_c(s) = K$
3. Si dica se è possibile stabilizzare il sistema impiegando lo schema in retroazione unitaria in Figura 1 dove:
$$G_c(s) = \frac{s+z}{s+p}$$
con $z, p \in \mathbb{R}$.

Esercizio 7. (Precisione a regime) ★★★

Con riferimento al sistema in Figura 1 sia:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

1. Si determini la costante di un controllore proporzionale $G_c(s) = K$ che permetta al sistema in anello chiuso di ottenere un errore di posizione inferiore al 5%.
2. Supponendo di impiegare un controllore $G_c(s) = \frac{K}{s}$, si dica se è possibile determinare il valore di K tale che il sistema abbia un errore di velocità inferiore o uguale al 5%.
3. Si determini un controllore $G_c(s) = K/s$ che è in grado di ottenere un errore di posizione nullo ed il minimo errore di velocità finito.

Esercizio 8. (Luogo delle radici) ★★

Si disegni il luogo positivo e negativo della funzione di trasferimento di anello:

$$L(s) = \frac{s+5}{s(s+2)(s+3)^2}$$

indicando il maggior numero di informazioni (punti di intersezione con gli assi, punti di emersione/confluenza, angoli di arrivo/partenza). Si dica se il punto $s^* = -1 + j$ appartiene al luogo delle radici positivo.

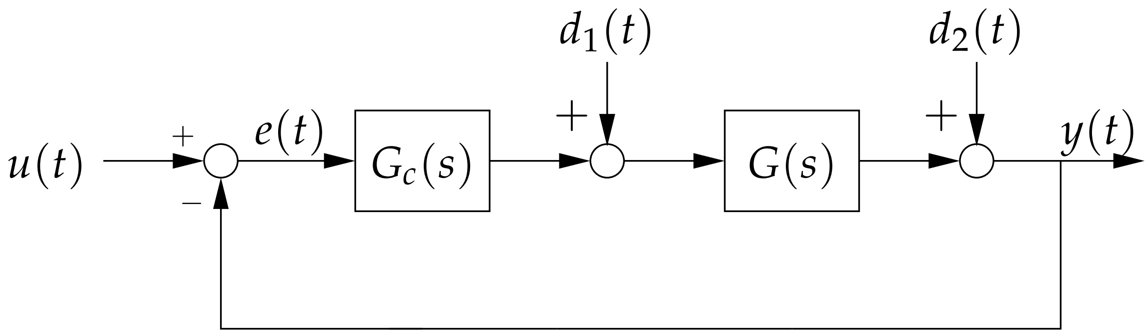


Figura 2:

Esercizio 9. (Riduzione schemi a blocchi, stabilita', reiezione disturbi) ★★★
Considerato il sistema in retroazione in Figura 2 per il quale:

$$G_c(s) = \frac{k}{s+4}\,;\; G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

- Si trovino le seguenti funzioni di trasferimento:

$$G_0(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}\,;\; G_1(s) = \frac{Y(s)}{D_1(s)}\,;\; G_2(s) = \frac{Y(s)}{D_2(s)}\,;\; G_3(s) = \frac{E(s)}{U(s)}$$

- Si determini il valore k_{crit} del guadagno positivo k tale che il sistema risulti semplicemente stabile.
- Si calcoli il valore a regime dell'uscita $y(t)$ in risposta all'ingresso $u(t) = 5 \cdot 1(t) + 5\delta(t) + e^{-2t}1(t)$ quando $k = 0.2k_{crit}$
- Si calcoli l'uscita a regime in risposta ai disurbi $d_1(t) = 1(t)$ e $d_2(t) = 1(t) + \delta(t)$ quando $k = 0.2k_{crit}$

Exercise 10. (Funzione di trasferimento, precisione a regime) ★★★

La risposta al gradino unitario di un sistema lineare tempo invariante è:

$$y\,(t) = k(1 - e^{-2t}\cos{(3t)})1\,(t)$$

1. Si determini l'espressione della corrispondente f.d.t. del plant $G_p\,(s)$.
2. Chiuso il sistema in retroazione unitaria, si valuti il valore di k tale che il sistema in anello chiuso presenti una coppia di poli complessi e coniugati con pulsazione naturale $\omega_n = 6\,\text{rad/s}$
3. Considerando il valore di k ottenuto al punto precedente, si determinino errori di posizione, velocità ed accelerazione del sistema in anello chiuso

Esercizio 11. (Precisione a regime) ★★

Si consideri un sistema in retroazione non unitaria per il quale si ha:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

$$H(s) = \frac{s+2}{s+3}$$

Si determinino gli errori di posizione, velocità e accelerazione avendo definito l'errore come $e(t) = u(t) - \frac{2}{3}y(t)$.

Esercizio 12. (Luogo delle Radici) ★★★

Disegnare il luogo delle radici positivo e negativo della funzione di anello:

$$L(s) = \frac{(s+2)^2}{s^3}$$

Si discuta la stabilità del sistema per $k \in \mathbb{R}$.

Esercizio 13. (Luogo delle Radici, stabilita', Antitrasformata di Laplace) ★★★★

Considerata seguente funzione di anello:

$$L(s) = \frac{s+1}{(s-3)(s^2+1)}$$

1. Disegnare il luogo delle radici positivo e negativo della funzione di anello
2. Si discuta la stabilità del sistema in anello chiuso per $k \in \mathbb{R}$
3. Supposto il sistema in retroazione unitaria, determinare la risposta al gradino del sistema quando $k = 2$.

Esercizio 14. (Luogo delle radici, stabilita', principio di dominanza) ★★★★

Considerata seguente funzione di anello:

$$L(s) = \frac{(s+2)(s^2+2s+2)}{(s^2+1)^2}$$

1. Disegnare il luogo delle radici positivo e negativo della funzione di anello
2. Si discuta la stabilità del sistema in anello chiuso per $k \in \mathbb{R}$
3. Si dica se esistono valori di k per i quali il sistema è approssimabile ad un sistema del secondo ordine sottosmorzato

Esercizio 15. (Luogo delle radici, antitrasformata di Laplace) ★★★

Si consideri un sistema in retroazione unitaria in cui le f.d.t. del controllore e del plant sono rispettivamente:

$$G_c(s) = 1 + \frac{a}{s}$$

$$G_p(s) = \frac{2}{s(s+2)}$$

1. Si disegni il luogo delle radici al variare di $a \in \mathbb{R}_+$
2. Si determini il valore di a tale che il sistema presenti una coppia di poli complessi e coniugati con parte reale -0.5.
3. In corrispondenza di tale valore di a si determini la risposta del sistema in anello chiuso al gradino unitario.

Esercizio 16. ★★★

Considerato la f.d.t. guadagno di anello:

$$L(s) = \frac{(s+z)}{s^2(s+3)(s+2)}$$

1. si determini il valore di z affinché esista un valore di k positivo tale che il sistema in anello chiuso abbia una coppia di poli complessi e coniugati in $-1 \pm j$.
2. si determini il valore di k che soddisfa la specifica del punto 1.
3. si determini la posizione dei restanti poli
4. si dica se a fronte di un ingresso a gradino l'uscita forzata del sistema e' convergente, divergente o limitata.

Esercizio 17. ★★★★

Si consideri un sistema in retroazione il cui plant è un sistema del secondo ordine:

$$G_p(s) = \frac{4}{s(s+4)}$$

Si vogliono determinare i parametri k_P e k_I appartenenti al campo dei numeri reali di un controllore di tipo proporzionale-integrale posto in serie a $G_p(s)$:

$$G_c(s) = k_P(1 + \frac{k_I}{s})$$

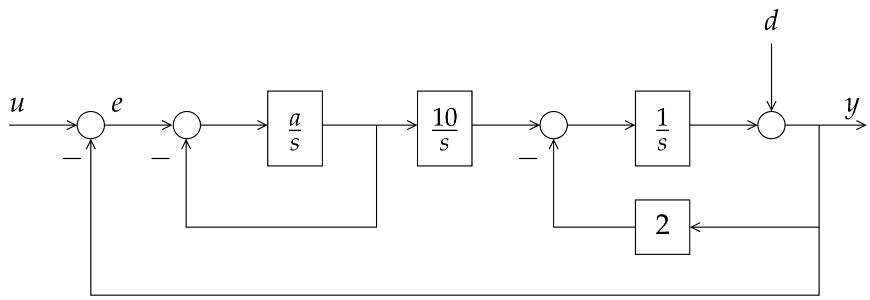
tale che siano soddisfatte le seguenti specifiche:

1. Il sistema di controllo sia in grado di reiettare disturbi di carico a rampa
2. Il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile
3. Il sistema in anello chiuso abbia una coppia di poli in $-1 \pm j$

(**Suggerimento**: si ricordi che $\arctan \alpha \pm \arctan \beta = \arctan\left(\frac{\alpha \pm \beta}{1 \mp \alpha\beta}\right)$)

Esercizio 18. (Luogo delle radici) ★★★★

Si consideri il sistema rappresentato in figura avendo posto $d \equiv 0$:



1. determinare, se esistono, i valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ tale che il sistema in anello chiuso:
   (a) abbia un polo in -1;
   (b) abbia un polo in -3;
   (c) abbia una coppia di poli complessi e coniugati in $-1 \pm 2j$;
2. disegnare il luogo delle radici al variare di $a \in \mathbb{R}_+$ specificando ove presenti: gli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario, i punti di confluenza/emersione, angoli di partenza del luogo dai poli e angoli di arrivo agli zeri;
3. si studi la stabilità del sistema in anello chiuso quando $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 19. (Luogo delle radici) ★★★

Si consideri un sistema in retroazione unitaria la cui f.d.t. sul ramo diretto è la seguente:

$$G(s) = k\frac{(s+1)(s+2)}{s(s+4)(s^2+1)}$$

1. si disegni il luogo delle radici al variare di $k \in \mathbb{R}_+$ specificando ove presenti: gli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario, i punti di confluenza/emersione, angoli di partenza del luogo dai poli e angoli di arrivo agli zeri;
2. si studi la stabilità del sistema in anello chiuso al variare di $k \in \mathbb{R}_+$ specificando, in caso di instabilità, il numero di poli instabili;
3. Si dica se esiste un valore di $k \in \mathbb{R}_+$ tale che il sistema presenti una coppia di poli complessi e coniugati il cui tempo di assestamento al 2% risulti inferiore a 4 sec.

Esercizio 20. (Studio della Stabilità) ★★★

Si consideri il seguente modello di un sistema, dove $y(t)$ è l'uscita e $u(t)$ denota l'ingresso:

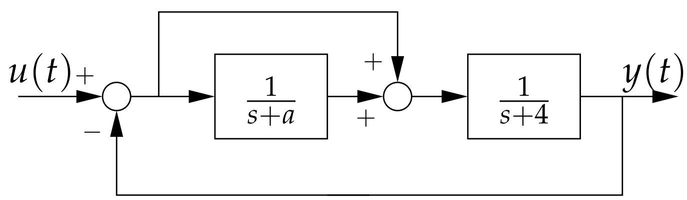
$$\frac{d^4y}{dt^4} + 4\frac{d^3y}{dt^3} + 5\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} = \frac{d^2u}{dt} + 2\frac{du}{dt} + 5u$$

1. Si classifichi il sistema specificandone inoltre l'ordine.
2. Si consideri il sistema in anello aperto ed inizialmente in quiete. Si dica se a fronte di un qualunque ingresso di durata limitata, l'uscita del sistema converge asintoticamente a zero, diverge o resta limitata.

3. Si ponga ora il sistema in retroazione unitaria in serie ad un controllore $G_c(s) = k$, con $k \in \mathbb{R}_+$. Si dica per quali valori di k l'uscita del sistema in anello chiuso in risposta ad un qualunque ingresso di durata limitata risulta:
   (a) convergente asintoticamente a zero
   (b) divergente
   (c) limitata

Esercizio 21. (Luogo delle radici, sistemi secondo ordine) ★★★★

Con riferimento al sistema rappresentato nella figura seguente:



1. si disegni il luogo delle radici al variare di $a \in \mathbb{R}_+$ specificando ove presenti: gli asintoti, le intersezioni con l'asse immaginario, i punti di confluenza/emergenza, angoli di partenza del luogo dai poli e angoli di arrivo agli zeri;
2. si dica in che intervallo di a positivo il sistema in anello chiuso e' sottosmorzato;
3. posto in ingresso al sistema un ingresso a gradino, si determini il valore di $a > 0$ per il quale la pulsazione delle oscillazioni dell'uscita $y(t)$ risulta massima. Qual'e' la massima pulsazione di oscillazione della risposta in corrispondenza del valore di a trovato?