CONTROLLO DEI PROCESSI II

LAUREA TRIENNALE IN **INGEGNERIA INFORMATICA** – A.A. 2007/2008

ESERCIZI PROPOSTI SULLA II PARTE DEL PROGRAMMA

ESERCIZIO

Sia dato il sistema descritto dalla seguente f.d.t.:

$$G_p(s) = \frac{e^{-10s}}{1+5s}.$$

Utilizzando il metodo del luogo delle radici, si progetti un regolatore digitale (periodo di campionamento *T* =5 e ricostruttore di ordine zero) che permetta di soddisfare le seguenti specifiche:

- Errore di posizione nullo
- Massima sovraelongazione percentuale pari a 16.3%
- Tempo di assestamento al 2% inferiore a 55s.

Suggerimenti:

- La prima specifica impone l'introduzione di un polo in z = 1, la seconda (coeff. di smorzamento) e la terza (parte reale dei poli) fissano la posizione dei poli dominanti (s_{12}) del sistema continuo in anello chiuso: applicando la trasformazione $z = e^{sT}$ si ricava la posizione delle radici discrete ($z_{12} = 0.5623 \pm j0.4086$).
- Tracciando il luogo delle radici del sistema in cui si è inserito un integratore con una guadagno variabile ci si accorge che non è possibile portare i poli nella posizione desiderata, quindi è necessario introdurre uno zero z_0 da posizionare opportunamente.
- $D(z) \cdot H_0 G_p(z) = K\frac{z-z_0}{z-1} \cdot \frac{0.6321}{z^2(z-0.3679)}$
- Per determinare la posizione di tale zero, occorre imporre che il luogo passi per i poli z_{12}, adottando la regola delle fasi $\measuredangle D(z) \cdot H_0 G_p(z)\big|_{z=0.5623+j0.4086} = (2n+1)\pi$ o, in alternativa, effettuando la divisione tra polinomio in anello chiuso desiderato (scritto in funzione di z_0) e polinomio $(z - 0.5623 + j0.4086)(z - 0.5623 - j0.4086)$. La regola delle fasi può essere scritta come:

  $$\measuredangle(0.5623 + j0.4086 - z_0) - \measuredangle(0.5623 + j0.4086 - 1) - 2\measuredangle(0.5623 + j0.4086) - \\ -\measuredangle(0.5623 + j0.4086 - 0.3679) = \pi$$

  Da essa si ottiene $\measuredangle(0.5623 + j0.4086 - z_0) = 7.914$, e quindi $atan\left(\frac{0.409}{0.5623-z_0}\right) + \pi = 7.914$, da cui z_0 = 0.588.
- Il valore di *K* per il quale il luogo passa per i poli fissati si ottiene imponendo la condizione sui moduli: $\left|D(z) \cdot H_0 G_p(z)\right|_{z=0.5623+j0.4086} = \frac{1}{K}$

Soluzione:

$$D(z) = 0.507\frac{z - 0.588}{z - 1}$$

CONTROLLO DEI PROCESSI II

LAUREA TRIENNALE IN **INGEGNERIA INFORMATICA** – A.A. 2007/2008

ESERCIZI PROPOSTI SULLA II PARTE DEL PROGRAMMA

ESERCIZIO

Sia dato il sistema descritto dalla seguente f.d.t.:

$$G_p(s) = k\,\frac{39.453}{s(s+8.871)}.$$

Si determini il valore del guadagno k e si progetti una rete anticipatrice discreta in modo da soddisfare le seguenti specifiche:

- Errore di velocità inferiore all'1%
- Margine di fase 45°

Suggerimenti:

- Scegliendo un periodo di campionamento pari a circa un decimo della costante di tempo del sistema si ha (T = 0.01):

$$H_0G_p(z) = k \cdot \frac{0.0021(z+0.81)}{(z-1)(z-0.915)}$$

- La specifica sull'errore per mette di ricavare immediatamente k = 22.37
- La trasformazione bilineare fornisce:

$$H_0G_p(w) = 100.08 \cdot \frac{(1-0.005w)(1+0.000525w)}{w(1+0.11265)}$$

- Imponendo un margine di fase di 45° e ponendo ε = 10° si ricava α = 0.168
- Nell'equazione per il calcolo della nuova pulsazione di crossover alcuni termini possono essere trascurati perché molto piccoli
- Il regolatore continuo in w è

$$D(w) = \frac{1+0.0236w}{1+0.004w}$$

Soluzione:

k = 22.37; $\quad D(z) = \frac{5.72z-3.72}{1.8z+0.2}$

CONTROLLO DEI PROCESSI II

LAUREA TRIENNALE IN **INGEGNERIA INFORMATICA** – A.A. 2007/2008

ESERCIZI PROPOSTI SULLA II PARTE DEL PROGRAMMA

ESERCIZIO

Sia dato il sistema descritto dalla seguente f.d.t.:

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)}.$$

Si progetti un controllore digitale in grado di garantire che il sistema in anello chiuso abbia una risposta *deadbeat* per ingresso a gradino, che l'uscita del sistema non manifesti *ripple* tra istanti di campionamento e che l'errore di velocità sia 0.25. Si ponga il periodo di campionamento pari a 1s.

Suggerimenti:

- $H_0 G_p(z) = \frac{0.3679(1+0.7181z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.3679z^{-1})}$
- I vincoli di causalità richiedono: $h \geq 1; N \geq n = 2$. Poiché è richiesto un vincolo aggiuntivo sull'errore di velocità, occorre scegliere almeno $N = 3$.
- Poiché la funzione di trasferimento del ramo diretto deve essere $D(z) \cdot H_0 G_p(z) = \frac{G_m(z)}{1-G_m(z)}$, ed essendo $1 - G_m(z) = (1 - z^{-1})N(z)$, la condizione sull'errore di velocità richiede che:

$$k_v = \frac{G_m(1)}{N(1)} = \frac{1}{N(1)} = 4 \qquad \rightarrow \qquad N(1) = 0.25$$

- Le relazioni che permettono di determinare i coefficienti della f.d.t. in anello chiuso derivano da: vincolo sull'errore a regime ($N(z)$ deve essere un polinomio in z^{-1}); vincolo sull'errore di velocità ($N(1) = 0.25$); vincolo sull'azione di controllo. Pertanto si ha:

$$\begin{cases} 1 - a_1 - a_2 - a_3 = 0 \\ 3 - 2a_1 - a_2 = 0.25 \\ 0.7181a_1 - a_2 + 1.406a_3 = 0 \end{cases}$$

Soluzione:

$$D(z) = 3.4298 \frac{(1 - 0.3679z^{-1})(1 - 0.5387z^{-1})}{(1 - 0.8418z^{-1})(1 + 0.5799z^{-1})}$$

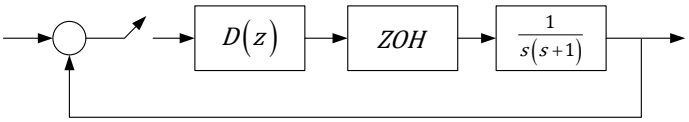
CONTROLLO DEI PROCESSI II

LAUREA TRIENNALE IN **INGEGNERIA INFORMATICA** – A.A. 2007/2008

ESERCIZI PROPOSTI SULLA II PARTE DEL PROGRAMMA

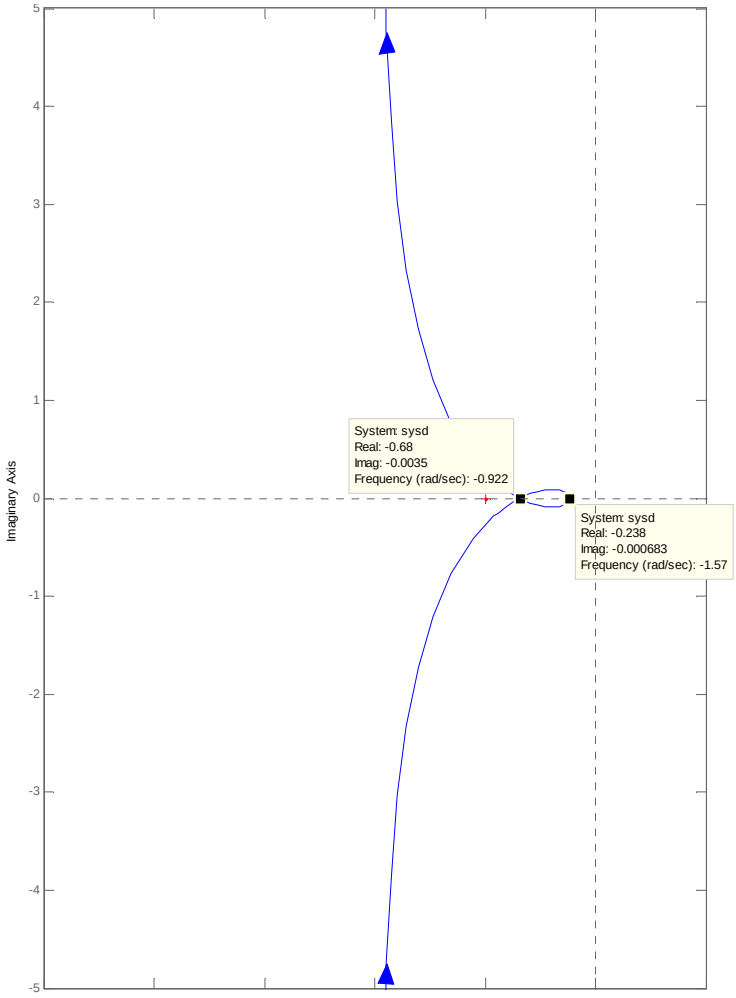
ESERCIZIO

Posto $D(z) = k$, studiare, mediante criterio di Nyquist, la stabilità del sistema in anello chiuso rappresentato in figura al variare di k. Si ponga il periodo di campionamento pari a 2s.



Suggerimenti:

- $H_0 G_p(z) = \frac{1.135(z+0.523)}{(z-1)(z-0.135)}$
- Il diagramma di Nyquist è riportato di seguito (senza chiusure ad infinito):



- Si suggerisce di verificare i risultati tracciando il luogo delle radici al variare di k: si osservi come per k = 4.19 uno dei poli rientri all'interno del cerchio unitario.

Soluzione:

$k < \frac{1}{0.68} = 1.47$	sistema asintoticamente stabile
$k = 1.47$	sistema semplicemente stabile (2 poli con modulo unitario)
$1.47 < k < \frac{1}{0.238} = 4.19$	sistema instabile con due poli instabili
$k > 4.19$	sistema instabile con un polo instabile